Blatt 0 12.10.2022

Übungen zur Vorlesung

Höhere Mathematik I (P/ET/AI/MP/DS)

Wintersemester 2022/23

Prof. Dr. B. Schweizer Tim Schubert

Aufgabe 0.1. [Aussagenlogik I] Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

1. Alle nachfolgenden Aussagen sind wahr.
2. Keine der nachfolgenden Aussagen ist wahr.
3. Alle vorangegangenen Aussagen sind wahr.
4. Eine der vorangegangenen Aussagen ist wahr.
5. Keine der vorangegangenen Aussagen ist wahr.
6. Keine der vorangegangenen Aussagen ist wahr.

Aufgabe 0.2. [Aussagenlogik II] Was ist zu dem Nachfolgenden zu sagen? Dabei betrachten wir zur Vereinfachung ein binäres Weltbild.
Behauptung: In einem Hörsaal sind immer nur Männer oder nur Frauen.
Beweis: Wir beweisen per Induktion für jede natürliche Zahl $n \in \mathbb{N}$ die Aussage

$A(n)$: Falls n Personen im Hörsaal sind, so sind dies entweder nur Männer oder nur Frauen.

(IA): $A(1)$ ist sicherlich wahr, denn eine Person ist entweder Mann oder Frau.
(IS): Seien $n+1$ Personen im Hörsaal. Wir schicken eine Person hinaus, es verbleiben n Personen. Nach Induktionsvoraussetzung sind diese Personen alle Männer oder alle Frauen. Um das Geschlecht der hinausgeschickten Person zu überprüfen, lassen wir sie wieder herein und schicken eine andere Person hinaus. Wieder haben nach Induktionsvoraussetzung alle das gleiche Geschlecht, also hat die Person, die zuerst draussen war, dasselbe Geschlecht wie die anderen. $\square$

Aufgabe 0.3. [Menge von Paaren natürlicher Zahlen] Betrachten Sie die folgende Menge von Paaren natürlicher Zahlen.

$$M := \{(1,3),(2,5),(3,7),(4,9),\ \dots\} \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

a) Geben Sie eine mögliche Definition einer *geraden* und einer *ungeraden* natürlichen Zahl an. Geben Sie weiter eine mögliche kompaktere Charakterisierung der Menge M an.

b) Sind die folgenden Aussagen für alle natürlichen Zahlen n und $m \in \mathbb{N}$ wahr? Begründen Sie Ihre Antworten.

   (i) Ist $(n, m) \in M$ und n gerade, so ist m ungerade.

   (ii) Ist $(n, m) \in M$ und m ungerade, so ist n ungerade.

   (iii) Ist $(n, n) \in M$, so gilt $(n, 2n + 1) \in M$.

   (iv) Ist $(1, 3) \in M$, so gilt $(n, 2n + 1) \in M$.

   (v) Ist $(n, m) \in M$, so gilt $(n + 1, 2m + 1) \in M$

   (vi) Ist $(n, m) \in M$, so gilt $(n + 4, 2n + 5) \in M$.

   (vii) Es gilt $(n, n) \in M$ genau dann, wenn $(n, 3n) \in M$.

Aufgabe 0.4. [Negationen von Aussagen] Bilden Sie die Negationen folgender Aussagen und überlegen Sie zusätzlich, ob diese Aussagen richtig sind.

(i) $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R} \colon x = |y| - 1$

(ii) $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta > 0\ \forall x \in \mathbb{R} \colon |x| < \delta \Rightarrow x^2 < \varepsilon$

Dieses Übungsblatt wird in der ersten Übung bearbeitet / diskutiert und ist **nicht** abzugeben.