

Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik IV (P)
Sommersemester 2024

Prof. Dr. B. Schweizer

M.Sc. Tim Schubert

Alle Aufgaben gehen in die Studienleistung mit ein.

Aufgabe 8.1. [Abelsche Gruppen (5 Punkte)] Es sei $(G, *)$ eine Gruppe mit neutralem Element $e \in G$. Weiter gelte $a * a = e$ für jedes $a \in G$. Zeigen Sie, dass G abelsch ist.

Aufgabe 8.2. [Gruppenaxiome (5 Punkte)] Wir betrachten die Menge $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ mit der Verknüpfung

$$*: (\mathbb{R} \setminus \{1\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{1\}) \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{1\}, \quad a * b = a + b - ab.$$

Zeigen Sie, dass $(\mathbb{R} \setminus \{1\}, *)$ eine abelsche Gruppe ist.

Aufgabe 8.3. [Bilder und Urbilder von Gruppenhomomorphismen (10 Punkte)] Es seien $(G, *)$ und $(H, \#)$ zwei Gruppen mit Untergruppen $U \leq G$ und $V \leq H$. Weiter sei $\Phi: G \rightarrow H$ ein Gruppenhomomorphismus. Zeigen Sie, dass

a) $\Phi(U) \leq H$.

b) $\Phi^{-1}(V) \leq G$.

Aufgabe 8.4. [Gruppen der Ordnung 3 (10 Punkte)] Wir betrachten eine Gruppe $(G, *)$ mit $|G| = 3$ und neutralem Element e . Zeigen Sie, dass $(G, *)$ isomorph zu $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z}, +)$ ist.

Abgabe am 10.06.2024 bis 12:00 Uhr online auf Moodle.