

# Strömungsmechanik

## Blatt 11

Abgabe bis Donnerstag, den 08.07.2021, um 12:00

---

### Aufgabe 1 (Kompaktheit aus raum-zeitlicher Regularität).

Zeigen Sie für  $V \subset H \subset V'$  wie in Proposition 24.3 und  $\alpha \in (0, 1/2)$  die Stetigkeit der Einbettung

$$L^2(0, T; V) \cap H_0^1(0, T; V') \hookrightarrow H_0^\alpha(0, T; H).$$

### Aufgabe 2 (Spur in $H^{1/2}(\partial\Omega)$ ).

Wir betrachten auf dem Rechteck  $R := (0, L) \times (-1, 1)$  eine Funktion  $U \in C^1(R, \mathbb{R})$  mit kompaktem Träger. Die Spur ist  $u(x_1) = \text{spur}(U)(x_1) = U(x_1, 0)$ . Zeigen Sie eine Abschätzung

$$\|u\|_{H^{1/2}(0, L; \mathbb{R})} \leq C \|U\|_{H^1(R)}.$$

Die Ungleichung impliziert, dass der Spuroperator zu einem stetigen Operator  $\text{spur} : H_0^1(R) \rightarrow H_0^{1/2}(0, L; \mathbb{R})$  fortgesetzt werden kann.

*Anleitung: Verwenden Sie die Fourier-Transformation in der Variable  $x_1$  mit der dualen Variable  $\xi$ . Schreiben Sie*

$$|\xi| |\hat{u}(\xi, x_2 = 0)|^2 = 2 \int_{-1}^0 |\xi| \hat{u}(\xi, x_2) \partial_{x_2} \hat{u}(\xi, x_2) dx_2,$$

*verwenden Sie Fubini und Cauchy-Schwarz.*