

Strömungsmechanik Blatt 6

Abgabe bis Donnerstag, den 27.05.2021, um 12:00

Aufgabe 1 (Umströmung einer Kugel und dreidimensionale Stokes-Gleichung).

In Dimension $N = 3$ sei $U \in \mathbb{R}^3$ ein Vektor, $a > 0$ ein Radius und $\alpha \in \mathbb{R}$ ein Faktor. Wir verwenden $r = |x|$ und betrachten

$$v_i = \frac{3}{4}U_i \left(\frac{a}{r} + \frac{a^3}{3r^3} \right) + \frac{3}{4} \sum_{j=1}^3 U_j x_j x_i \left(\frac{a}{r^3} - \frac{a^3}{r^5} \right), \quad p = \alpha \sum_{j=1}^3 U_j x_j \frac{1}{r^3}. \quad (1)$$

Bestimmen Sie einen geeigneten Faktor α und zeigen Sie, dass mit diesem Ansatz eine Lösung der Stokes-Gleichungen auf dem Außenraumgebiet $\mathbb{R}^3 \setminus B_a(0)$ zu den Randbedingungen $v = U$ auf $\partial B_a(0)$ und $|v| \rightarrow 0$ für $r \rightarrow \infty$ gegeben ist.

Zur Information: Mit diesem Ansatz lässt sich die Formel für die Stokes'sche Reibungskraft herleiten: Bei Umströmung einer Kugel mit Radius a mit einer Geschwindigkeit U bei einer Viskosität μ ist die Kraft F auf die Kugel gegeben durch $F = 6\pi\mu a|U|$.

Aufgabe 2 (Satz vom abgeschlossenen Bild).

Zeigen Sie für reflexive Banachräume die im Text nicht bewiesenen Implikationen von Satz 23.4.