technische universität dortmund

fakultät für mathematik

Prof. Dr. B. Schweizer
Dr. M. Kniely

Sommersemester 2021
07.05.2021

Strömungsmechanik

Blatt 4

Abgabe bis Donnerstag, den 13.05.2021, um 12:00

Aufgabe 1 (Lösung des Außenraumproblems für eine Kugel).
Verifizieren Sie die Lösungseigenschaften von Φ aus (22.34). Verwenden Sie dabei die Fundamentallösung $\log(x^2 + y^2)$.

Aufgabe 2 (Potentialströmungen in Winkelgebieten).
Verwenden Sie die komplexe Funktion $W(z) = az^s$ mit $a \in \mathbb{R}$ in geeigneten Gebieten (vgl. Abb. 1), um zweidimensionale Potentialströmungen zu finden. Berechnen Sie für verschiedene Werte von a das reelle Potential Φ, die Stromlinienfunktion Ψ und die komplexe Geschwindigkeit. Skizzieren Sie die reelle Geschwindigkeit für die Werte $s = 1$, $s = 2$ und $s = \frac{\pi}{\alpha}$.
Hinweis: Die reelle Geschwindigkeit ist im letztgenannten Fall

$$v_r(r,\theta) = a\frac{\pi}{\alpha} r^{\frac{\pi}{\alpha}-1} \cos\left(\theta \frac{\pi}{\alpha}\right), \quad v_\theta(r,\theta) := \frac{1}{r}\partial_\theta \Phi(r,\theta) = -a\frac{\pi}{\alpha} r^{\frac{\pi}{\alpha}-1} \sin\left(\theta\frac{\pi}{\alpha}\right).$$

Aufgabe 3 (Strömungen mit dem Riemann'schen Abbildungssatz).
Freiwilliges Bonusbeispiel. Beweisen Sie Proposition 22.12. Betrachten Sie dazu die Grundlösung $W_0 : \mathbb{C} \setminus B_1(0) \to \mathbb{C}$ zur Einheitskreisscheibe und transformieren Sie mit h (wie in Abb. 1) zu einer Lösung W im deformierten Gebiet,

$$W_0(z) := U_0\left(z + \frac{1}{z}\right), \qquad W(z) := (W_0 \circ h)(z).$$

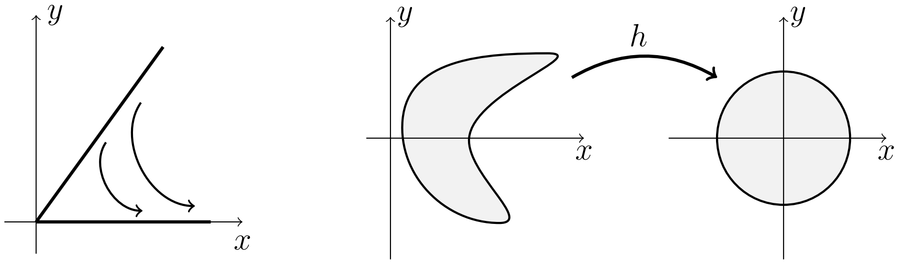

Abbildung 1: Links: Eine Strömung im Winkelgebiet, der Öffnungswinkel ist α. Rechts: Eine Abbildung des Riemann'schen Abbildungssatzes.