technische universität dortmund

fakultät für mathematik

Prof. Dr. B. Schweizer
Dr. M. Kniely

Sommersemester 2021
22.04.2021

Strömungsmechanik

Blatt 2

Abgabe bis Donnerstag, den 29.04.2021, um 12:00

Aufgabe 1 (Rekonstruktion im Quader).

Entwickeln Sie für einen Quader $\Omega = (0, l_1) \times (0, l_2) \times (0, l_3)$ eine Rekonstruktionsmethode. Gesucht ist für eine divergenzfreie Wirbelstärke $\omega\colon \Omega \to \mathbb{R}^3$ ein Geschwindigkeitsfeld $v\colon \Omega \to \mathbb{R}^3$ mit rot $v = \omega$. Verwenden Sie wieder den Ansatz $v = \text{rot } \Psi$ mit $\Delta\Psi = \omega$. Aufgrund von rot rot $\Psi = -\Delta\Psi + \nabla \operatorname{div} \Psi$, wollen wir Ψ so wählen, dass div $\Psi = 0$ gilt. Wählen Sie dazu die Randbedingungen geeignet.

Aufgabe 2 (Skalierung von Strömung im geraden Rohr).

Für $Q \subset \mathbb{R}^{N-1}$ ist ein gerades Rohr mit Querschnitt Q gegeben durch $\Omega = \mathbb{R} \times Q$. Für geeignetes $u\colon Q \to \mathbb{R}$ sei eine Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen mit Haft-Randbedingungen gegeben durch $v(x, y) = u(y)e_1$ und $p(x, y) = p(x)$ für $x \in \mathbb{R}$ und $y \in Q$. Geben Sie mit Hilfe einer Skalierung für beliebiges $\varepsilon > 0$ eine Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen im geraden Rohr mit Querschnitt εQ an. Wie verhält sich bei konstanter Viskosität $\bar{\nu} > 0$ und konstantem Druckabfall der Gesamtfluss in Abhängigkeit von ε?

Aufgabe 3 (Rotierendes Glas).

Gesucht ist eine Lösung der dreidimensionalen Navier-Stokes-Gleichungen mit Gewichtskraft $f = -g\rho e_3$. Wir modellieren ein rotierendes Glas, als Randbedingung geben wir uns daher eine starre Rotation vor.

Anleitung: Wählen Sie den Ansatz $v(x) = \omega \times x$ mit $x = (x_1, x_2, x_3)$ und $\omega = \omega_0(0, 0, 1)$, wobei $\omega_0 \in \mathbb{R}$ die Winkelgeschwindigkeit ist. Berechnen Sie die Druckverteilung und das Höhenprofil des freien Randes, siehe Abbildung 1.

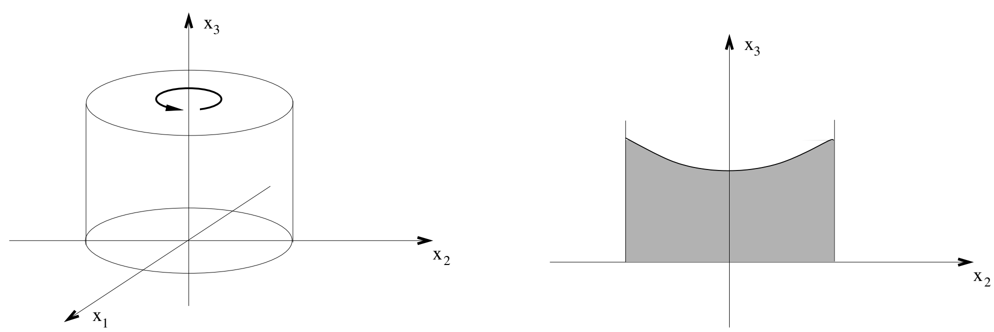

Abbildung 1: Rotierendes Glas