Prof. Dr. B. Schweizer
Klaas Poelstra

Wintersemester 2017/18
13.11.2017

Nichtlineare Analysis

Blatt 2

Abgabe beim Übungsleiter bis zum 17.11.2017
(Raum 642 oder Ablagefach gegenüber von Raum 635)

Aufgabe 1.
Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ differenzierbar. Zeigen Sie mithilfe von Differentialformen, dass

$$\operatorname{div}(\operatorname{cof}(\mathrm{D}f)) = 0.$$

Hinweis: Betrachten Sie für $1 \leq i \leq n$ den Ausdruck

$$\mathrm{d}(\mathrm{d}f_1 \wedge \cdots \wedge \widehat{\mathrm{d}f_i} \wedge \cdots \wedge \mathrm{d}f_n).$$

Aufgabe 2.
Sei $W \subset \mathbb{R}^n$ ein Würfel, $K \subset W$ kompakt und $\psi : K \to \mathbb{R}^m \setminus \{0\}$ stetig mit $m > n$. Zeigen Sie, dass ψ stetig zu einer Abbildung

$$\overline{\psi} : W \to \mathbb{R}^m \setminus \{0\}$$

fortgesetzt werden kann.
Hinweis: Verwenden Sie den Fortsetzungssatz von Tietze.

Aufgabe 3.
Sei $\Omega = B_1(0) \subset \mathbb{R}^n$, $f : \overline{\Omega} \to \mathbb{R}^n$ stetig und $0 \notin f(\overline{\Omega})$. Zeigen Sie: f besitzt einen positiven Eigenwert $\lambda > 0$ mit einem Eigenvektor $x \in \partial\Omega$, d. h. $f(x) = \lambda x$.