Blatt 4 08.01.24

Übungen zur Vorlesung

Nichtlineare Analysis - Verzweigungstheorie

Wintersemester 2024/2025

Prof. Dr. B. Schweizer, Dr. D. Wiedemann

Aufgabe 4.1. Sei $f\colon \mathbb{R}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ eine C^2 Funktion mit $f(0,\lambda)=0$ für alle $\lambda\in\mathbb{R}$. Definiere $\psi(x,\lambda) := f(x,\lambda)/x$ falls $x\neq 0$ und $\psi(0,\lambda) := \partial_x f(0,\lambda)$. Zeigen Sie, dass ψ von der Klasse C^1 ist.

Aufgabe 4.2. [Verzweigung bei einfachem Eigenwert] Sei $f\colon \mathbb{R}^n\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}^n$ von der Klasse C^2 und $f(0,\lambda)=0$ für alle $\lambda\in\mathbb{R}$. Sei $L(\lambda) := D_x f(0,\lambda)$ mit Eigenwerten $\mu_1(\lambda)\leq\mu_2(\lambda)\leq\cdots<\mu_k(\lambda)<\cdots\leq\mu_n(\lambda)$, welche differenzierbar von λ abhängen. Gelte zudem $\mu_k(0)=0$ und $\partial_\lambda\mu_k(0)\neq 0$. Zeigen Sie, dass es in $(0,0)$ einen lokalen nichttrivialen Zweig an Lösungen gibt.

Abgabe am 14.01.25