

## Kontinuumsmechanik

### Blatt 10

Abgabe am Montag, den 16.01.2017, in der Vorlesung

---

#### Aufgabe 1 (Hydrostatik).

Wird die Gravitationskraft in die Strömungsgleichungen einbezogen, so muss auf der rechten Seite der Gleichungen (22.1), (22.2) beziehungsweise (22.3) in [Buch] die Volumenkraft  $f = -ge_n$  addiert werden; dabei ist  $g \in \mathbb{R}$  die Erdbeschleunigungskonstante und  $e_n$  der Einheitsvektor in die  $n$ -te Koordinatenrichtung. Führen Sie eine neue Druckfunktion  $\tilde{p}(x, t) := p(x, t) + gx_n$  ein und schreiben Sie die Gleichungen mit Gravitationsterm mit der neuen Druckvariablen.

Überlegen Sie sich im Falle  $v \equiv 0$  (Hydrostatik) für die durch  $\nabla \tilde{p} = 0$  gegebenen Druckverteilungen  $p$  die grundsätzliche Funktionsweise eines Vakuumbarometers und einer hydraulischen Presse. Siehe Abbildung 1.

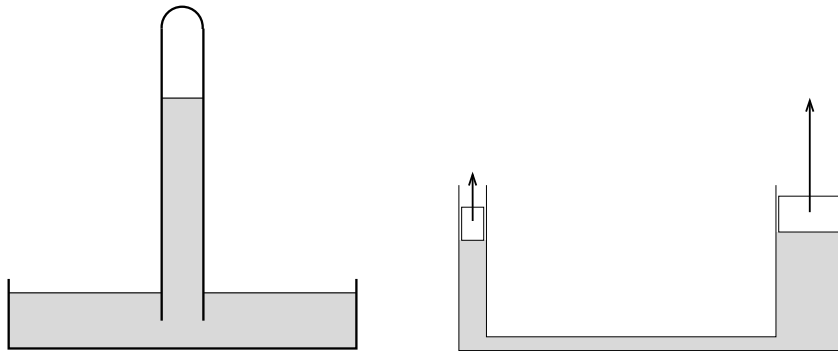


Abbildung 1: Links: Skizze zur Funktionsweise eines Barometers. Im Gefäß ist oberhalb des Fluids Vakuum. Rechts: Skizze einer hydraulischen Presse.

#### Aufgabe 2 (Wirbelstärkengleichung).

Leiten Sie die Evolutionsgleichung (22.20) in [Buch] für die Wirbelstärke in drei Dimensionen ab.

#### Aufgabe 3 (Punktwirbel).

Zeigen Sie, dass das Geschwindigkeitsfeld aus (22.17) in [Buch] eine Wirbelstärke  $\omega = \tilde{\alpha}\delta_0$  hat. Verwenden Sie dabei, dass die Geschwindigkeit geschrieben werden kann als  $v(x) = \nabla^\perp \Phi(x)$  mit  $\Phi(x) \sim \log(|x|) = \frac{1}{2} \log(|x|^2)$ , also mit Hilfe des Newton-Potentials.