

## Kontinuumsmechanik

### Blatt 9

Abgabe am Montag, den 09.01.2017, in der Vorlesung

---

#### Aufgabe 1 (Zur $\alpha$ -Abschätzung, (27.62) im Buch).

Sei  $X$  ein Banachraum und  $R: X \rightarrow \mathbb{R}$  ein konvexes Funktional. Weiterhin sei  $q: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  eine koerzive, symmetrische Bilinearform mit Koerzivitätskonstante  $\alpha > 0$ . Wir definieren  $Q, I: X \rightarrow \mathbb{R}$  durch  $Q(u) := q(u, u)$  und  $I(u) := Q(u) + R(u)$ .

- i) Zeigen Sie, dass  $I$  eine streng  $1/2$ -konvexe Funktion ist, d.h es gilt die Abschätzung:

$$I\left(\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}v\right) \leq \frac{1}{2}I(u) + \frac{1}{2}I(v) - \frac{\alpha}{4}\|u - v\|^2 \quad \text{für alle } u, v \in X.$$

- ii) Sei  $u_0 \in X$  ein Minimum von  $I$ , d.h.  $I(u_0) \leq I(v)$  für alle  $v \in X$ . Folgern Sie aus i), dass

$$\frac{\alpha}{2}\|u - u_0\|^2 \leq I(u) - I(u_0) \quad \text{für alle } u \in X.$$

#### Aufgabe 2 (Plastizität mit zeitabhängiger Randbedingung).

Stellen Sie eine Energiegleichung analog zu Gleichung (27.29) in [Buch] für den Fall auf, dass die Randwerte  $U_0(x, t)$  auch von dem Zeitparameter  $t$  abhängen. Leiten Sie unter geeigneten Regularitätsannahmen an  $U_0$  eine zugehörige a priori Abschätzung her.