Blatt 3 28.10.2014

Übungen zur Vorlesung

Kontinuumsmechanik

Wintersemester 2014/2015

Prof. Dr. B. Schweizer Dr. A. Lamacz

1) Rekonstruktion im Quader.

Entwickeln Sie für einen Quader $\Omega = (0, l_1) \times (0, l_2) \times (0, l_3)$ eine Rekonstruktionsmethode. Gesucht ist für eine divergenzfreie Wirbelstärke $\omega : \Omega \to \mathbb{R}^3$ ein Geschwindigkeitsfeld $v : \Omega \to \mathbb{R}^3$ mit $\operatorname{rot} v = \omega$. Verwenden Sie den Ansatz $v = \operatorname{rot} \Psi$ mit $\Delta\Psi = \omega$. Bedenken Sie bei der Wahl der Randbedingungen die dreidimensionale Formel $\operatorname{rot} \operatorname{rot} \Psi = \Delta\Psi + \nabla \operatorname{div} \Psi$.

2) Lösung des Außenraumproblems für eine Kugel.

Zeigen Sie, dass $\Phi(x, y) = x + \frac{x}{x^2+y^2}$ bzw. $\Phi(r, \theta) = \left(r + \frac{1}{r}\right) \cos(\theta)$ eine Lösung des Außenraumproblems der Potentialströmung auf $\mathbb{R}^2 \setminus \Omega_0$ mit $\Omega_0 = B_1(0) \subset \mathbb{R}^2$ und $V_\infty = e_1$ ist. Verwenden Sie dabei die Fundamentallösung $\log(x^2 + y^2)$.

3) Kern und Bild im Endlichdimensionalen.

Wir betrachten zwei adjungierte lineare Abbildungen im Endlichdimensionalen, $G : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ und $D = G^T : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$. Zeigen Sie mit einem Dimensionsargument, dass $\ker(D)^\circ = \ker(D)^\perp = R(G)$ gilt.

Abgabe am 04.11.2014.