

# Kontinuumsmechanik

## Blatt 9

Abgabe bis zum 19.12.2018 beim Übungsleiter

---

### Aufgabe 1 (Wirbelstärkengleichung).

Leiten Sie die Evolutionsgleichung (22.20) in [Buch] für die Wirbelstärke in drei Dimensionen ab.

### Aufgabe 2 (Punktwirbel).

Zeigen Sie, dass das Geschwindigkeitsfeld aus (22.17) in [Buch] eine Wirbelstärke  $\omega = \tilde{\alpha}\delta_0$  hat. Verwenden Sie dabei, dass die Geschwindigkeit geschrieben werden kann als  $v(x) = \nabla^\perp \Phi(x)$  mit  $\Phi(x) \sim \log(|x|) = \frac{1}{2} \log(|x|^2)$ , also mit Hilfe des Newton-Potentials.

### Aufgabe 3 (Skalierung von Strömungen im geraden Rohr).

Für  $Q \subset \mathbb{R}^{n-1}$  ist ein gerades Rohr mit Querschnitt  $Q$  gegeben durch  $\Omega = \mathbb{R} \times Q$ . Für geeignetes  $u : Q \rightarrow \mathbb{R}$  sei eine Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen mit Haft-Randbedingungen gegeben durch  $v(x, y) = u(y)e_1$  und  $p(x, y) = p(x)$  für  $x \in \mathbb{R}$  und  $y \in Q$ . Geben Sie mit Hilfe einer Skalierung für beliebiges  $\varepsilon > 0$  eine Lösung der stationären Navier-Stokes-Gleichungen im geraden Rohr mit Querschnitt  $\varepsilon Q$  an. Wie verhält sich bei konstanter Viskosität  $\bar{\nu} > 0$  und konstantem Druckabfall der Gesamt-Fluss in Abhängigkeit von  $\varepsilon$ ?