

Übungen zur Vorlesung
Höhere Mathematik III (P/ET/IT/MP/I-I)
Wintersemester 2023/24

Prof. Dr. B. Schweizer

M.Sc. Tim Schubert

In jeder Aufgabe sind maximal 10 Punkte zu erreichen.

Die Aufgaben 8.1, 8.2 und 8.3 sind schriftlich zu bearbeiten.

Aufgabe 8.1. [Residuen] Berechnen Sie für die folgenden Funktionen $f_i: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ die Residuen in allen Polstellen:

a) $f_1(z) = \frac{z^2}{z^3 - 2z^2 + z - 2}$,

b) $f_2(z) = \frac{ze^z}{(z-3)^3}$.

Aufgabe 8.2. [Residuensatz] Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\partial B_r(0)} \frac{z^2 + 3z}{(z-1)(z-3)^3} dz$$

für die Werte $r = \frac{1}{4}, 2, 10$.

Aufgabe 8.3. [Ein Integral über \mathbb{R}] Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$$

mit Hilfe des Residuensatzes.

Aufgabe 8.4. [Ein Integral über \mathbb{R}] Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega x}}{1+x^2} dx, \quad \text{für } \omega \in \mathbb{R}_{\geq 0}$$

mit Hilfe des Residuensatzes.

Aufgabe 8.5. [Ein reelles Integral über ein Intervall] Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{3 - 2 \cos(t) + \sin(t)} dt$$

mit Hilfe des Residuensatzes.

Abgabe am 06.12.2023 bis 14:00 Uhr online auf Moodle.