TU Dortmund 07.07.2023

Höhere Mathematik II (P/ET/AI/MP/DS)

Probeklausur

Sommersemester 2023

Prof. Dr. B. Schweizer Tim Schubert

Aufgabe 1. Geben Sie in der Situation $h = f \circ g$ ein hinreichendes Kriterium für die Stetigkeit von h an, welches nur f und g verwendet. Skizzieren Sie einen Beweis für dieses Kriterium.

Aufgabe 2. Geben Sie eine Definition für x^a an, wobei $x, a > 0$ reelle Zahlen sind. Zeigen Sie für die von Ihnen gewählte Definition, dass $x^a \cdot x^b = x^{a+b}$ gilt. Sie dürfen hierbei Exponentialfunktion und Logarithmus und deren Funktionalgleichungen verwenden.

Aufgabe 3. Geben Sie für

$$f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2, x_1 - x_2) \qquad \text{und} \qquad g(y_1, y_2) = (y_1 + y_2, y_1 - y_2, y_1 \cdot y_2)$$

die Verkettung $h = g \circ f$ explizit an. Bestimmen Sie Dh direkt und mit Hilfe der Kettenregel.

Aufgabe 4.

a) Geben Sie den Transformationssatz für die Berechnung von Integralen an.

b) Definieren Sie das skalare Kurvenintegral von f über eine Kurve Γ.

Aufgabe 5. Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiter Ordnung von $f(x, y) := \dfrac{1}{x + y^2}$ im Punkt $(1, 0)$.

Aufgabe 6. Bestimmen Sie die absoluten Extrema von $f(x, y, z) = 5x^2 + y^2 + 8z$ unter der Nebenbedingung $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$.

Aufgabe 7. Berechnen Sie den Schwerpunkt des Halbkreisrings

$$H := \{(r\cos(\phi), r\sin(\phi)) \mid 1 \le r \le 2,\ 0 \le \phi \le \pi\}\ .$$

Aufgabe 8. Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems:

$$y'(t) = \frac{e^t}{\cos(y(t))}, \qquad y(0) = 0\,.$$