

## Übungen zur Vorlesung

## Höhere Mathematik II (P, ETIT, AI, DS)

Sommersemester 2023

Prof. Dr. B. Schweizer

Tim Schubert

In jeder Aufgabe sind maximal 10 Punkte zu erreichen.

**Die Aufgaben 2.1, 2.2 und 2.3 sind schriftlich zu bearbeiten.**

**Aufgabe 2.1.** [Taylorreihe] Bestimmen Sie die Taylorreihe zu

a)  $f(x) := x^5 - 32$  im Punkt  $x_0 = 2$ ,

b)  $g(x) := \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$  im Punkt  $x_0 = 0$ .

**Hinweis:** Zerlegen Sie  $g$  zunächst in  $\frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-1}$ .

**Aufgabe 2.2.** [Die Regeln von de l'Hospital] Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2(2x) - 1}{x^2}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \sin(x)} - \frac{1}{x^2} \right)$       c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\exp(5x) - 1}{\ln(x+1)}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2 + \sin^2(x)}$       e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos(x)}{x + \cos(x)}$ .

**Aufgabe 2.3.** [Kurvendiskussion] Führen Sie für die Funktion

$$f: D \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto 2x \exp\left(\frac{1}{x} - 1\right)$$

die Schritte einer Kurvendiskussion durch. Bestimmen Sie also den Definitionsbereich  $D$ , die einseitigen Grenzwerte am Rand, die Nullstellen und die Extrema von  $f$ . Bestimmen Sie ein maximales Intervall  $I \subset D$  auf dem  $f$  konvex und ein maximales Intervall  $J \subset D$  auf dem  $f$  konkav ist.

**Aufgabe 2.4.** [Optimales Sägen]

- a) Aus einem Baumstamm mit kreisförmigem Querschnitt vom Radius  $r$  soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt gefertigt werden. Wie muss gesägt werden, damit möglichst wenig Abfall entsteht, d.h. die Querschnittsfläche des Balkens maximal wird ?
- b) Die Tragfähigkeit des Balkens ist proportional zu seiner Breite und dem Quadrat seiner Höhe. Wie muss gesägt werden, damit der Balken maximale Tragfähigkeit besitzt?

---

---

Abgabe am 19.04.2023 bis 14:00 Uhr online.