technische universität dortmund

fakultät für mathematik

Prof. Dr. B. Schweizer
Dr. M. Kniely

Wintersemester 2020/21
10.12.2020

Festkörpermechanik

Blatt 6

Abgabe bis Donnerstag, den 14.01.2021, um 12:00

Aufgabe 1 (Scherung in der Piola-Kirchhoff-Theorie).
Wir betrachten nochmals eine Scherung im $\mathbb{R}^3$, die für $\varepsilon > 0$ gegeben ist durch

$$\Phi(x) := x + \varepsilon x_2 e_1 \quad \text{mit} \quad \nabla\Phi(x) = \begin{pmatrix} 1 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Stellen Sie den Piola-Kirchhoff-Tensor S auf.

Aufgabe 2 (Testfunktionen in der Definition der Quasikonvexität).
Die Abbildung $f \colon \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{R}$ sei stetig und erfülle für alle offenen und beschränkten Mengen $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, jede Matrix $\xi \in \mathbb{R}^{n\times n}$ und jede Funktion $\varphi \in W_0^{1,\infty}(\Omega)$ die Ungleichung

$$f(\xi) \le \fint_\Omega f\Big(\xi + \nabla\varphi(x)\Big)\,\mathrm{d}x\,. \tag{1}$$

Weiterhin gebe es ein $p \in (1,\infty)$ und eine Konstante $C > 0$, sodass f der Wachstumsbedingung $0 \le f(\xi) \le C(1 + |\xi|^p)$ für alle $\xi \in \mathbb{R}^{n\times n}$ genüge. Zeigen Sie, dass (1) dann auch für alle $\varphi \in W_0^{1,p}(\Omega)$ erfüllt ist. In welchem Beweisschritt verwenden Sie die Beschränktheit der Mengen Ω?
Hinweis: Verwenden Sie die Dichtheit glatter Funktionen in $W_0^{1,p}(\Omega)$ und den starken Lebesgue'schen Konvergenzsatz.