

Testat ① Version ① A

Name: <u>Musterlösung</u>	Vorname: <u>Max</u>
Übungsgruppe: <u>E</u>	Matrikelnr.: <u>M U S T E R</u>

Lösung zu Aufgabe 1:

$$((A \Rightarrow B) \Rightarrow C)$$

$$\Leftrightarrow (\neg(A \Rightarrow B) \vee C)$$

$$\Leftrightarrow (\neg(\neg A \vee B) \vee C)$$

Weitere Umformung nicht nötig.

Lösung zu Aufgabe 2:

$$\underline{n=0} : \sum_{k=0}^0 2k+1 = 1 = 0^2 + 2 \cdot 0 + 1 \quad \checkmark$$

$$\underline{n \rightarrow n+1} : \sum_{k=0}^{n+1} (2k+1) \stackrel{I.V.}{=} (n^2 + 2n + 1) + (2(n+1) + 1)$$

$$= \cancel{n^2 + 4n + 4} =$$

$$= (n+1)^2 + 2(n+1) + 1 \quad \checkmark$$

man kann auch bei $n=1$ anfangen, da die Aussage für $n=0$ gar nicht gezeigt werden muss.

Lösung zu Aufgabe 3:

Sei $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ eine reelle Folge, und $a \in \mathbb{R}$.

$$a_k \rightarrow a \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists K \in \mathbb{N} \forall k \geq K : |a_k - a| < \varepsilon$$

Lösung zu Aufgabe 4: $a_k \rightarrow -\infty$, $b_k \rightarrow b$

Beh: $a_k + b_k \rightarrow -\infty$

Bew: Sei $n \in \mathbb{N}$. Es gibt $K \in \mathbb{N}$ mit

- $a_k \leq -n - b - 1$ und

- $b_k \leq b + 1$

für alle $k \geq K$

$$\Rightarrow a_k + b_k \leq (-n - b - 1) + (b + 1) = -n \quad \forall k \geq K$$

Lösung zu Aufgabe 5: $A \subset \mathbb{R}$ nichtleer & beschränkt.

Beh: \exists Folge $(x_k)_k$ in A mit $x_k \rightarrow \sup A$.

Bew: Zu $k \in \mathbb{N}$ ist $\sup A - \frac{1}{k}$ keine obere Schranke von $A \Rightarrow \exists x_k \in A : x_k > \sup A - \frac{1}{k}$

Aber auch $x_k \leq \sup A < \sup A + \frac{1}{k}$

$$\Rightarrow |x_k - \sup A| < \frac{1}{k} \rightarrow 0 \Rightarrow x_k \rightarrow \sup A$$

Lösung zu Aufgabe 6: Einfache Beispiele:

1) $a_k = (-1)^k$

2) $b_k = \begin{cases} k, & \text{falls } k \text{ gerade} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$

3) $c_k = \sqrt{2}$

Testat ① Version ②

Name: Musterlösung	Vorname: Max
Übungsgruppe: 5	Matrikelnr.: M U S T E R

Lösung zu Aufgabe 1:

$$(A \Rightarrow (B \Rightarrow C))$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee (B \Rightarrow C))$$

$$\Leftrightarrow (\neg A \vee (\neg B \vee C))$$

diese Klammern kann man weglassen, weil "v" assoziativ ist. Aber ein Ausdruck wie "A v B ^ C" ergibt ohne Klammern keinen Sinn!
 $\rightarrow (A \vee B) \wedge C$ oder $A \vee (B \wedge C)$??

Lösung zu Aufgabe 2:

~~n=0~~: \leftarrow hier lieber nicht bei n=0 starten: Was soll $\sum_{k=1}^0 \dots$ überhaupt bedeuten?

$$n=1: \sum_{k=1}^1 (2k-1) = 2-1 = 1 = 1^2 \checkmark$$

$$n \rightarrow n+1: \sum_{k=1}^{n+1} (2k-1) \stackrel{!v.}{=} n^2 + (2(n+1)-1)$$

$$= n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2 \checkmark$$

Lösung zu Aufgabe 3:

s. Version A.

Lösung zu Aufgabe 4: $a_k \rightarrow +\infty$, $(b_k)_k$ beschränkt.

Beh: $a_k + b_k \rightarrow +\infty$.

Bew: $\exists B > 0 : |b_k| \leq B \quad \forall k \in \mathbb{N}$.

Sei $n \in \mathbb{N}$. Es gibt $K \in \mathbb{N}$ mit

$$a_k \geq n + B \quad \forall k \geq K$$

$$\Rightarrow a_k + b_k \geq a_k - |b_k| \geq n + B - B = n \quad \forall k \geq K.$$

Lösung zu Aufgabe 5: Sei $A \subset \mathbb{R}$ nicht nach oben beschr.

Beh: \exists Folge $(x_k)_k$ in A mit $x_k \rightarrow +\infty$.

Bew: Zu $k \in \mathbb{N}$ gibt es, da k keine obere Schranke von A ist, ein $x_k \in A$ mit $x_k > k$.

Insbesondere: $x_k \rightarrow +\infty$

(Zu $n \in \mathbb{N}$ wähle $K := n$. Für $k \geq K$ gilt $x_k > k \geq K = n$)

Lösung zu Aufgabe 6:

1) $a_k = (-1)^k \frac{1}{k}$

2) ~~$a_k = k$~~ $b_k = k$

3) $c_k = (-1)^k k$